

SZIMMETRIKUS FONOTT SZERKEZETEK TOPOLOGÁJA

Kovács Flórián¹ és Tarnai Tibor²

^{1,2}Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Tartószerkezetek Mechanikája Tanszék,
1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3.

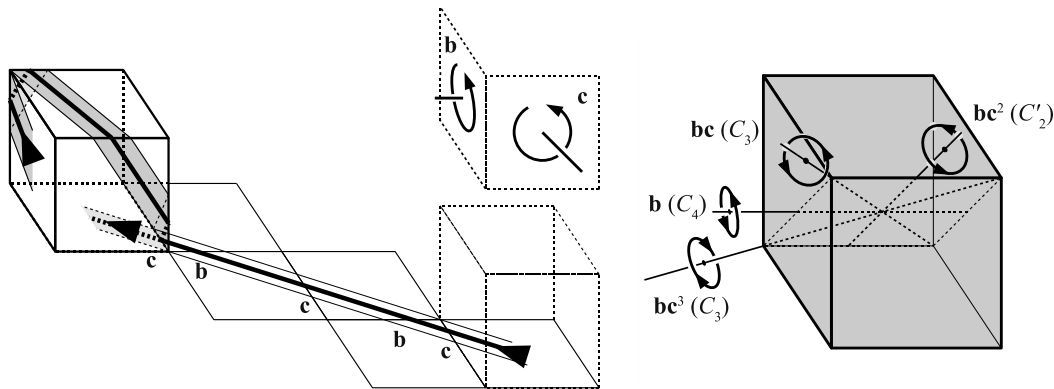
kovacs@ep-mech.me.bme.hu, tarnai@ep-mech.me.bme.hu

A kosárfonás nagyjából egyidős az emberi civilizációval, de modern alkalmazásait is megtalálhatjuk a képzőművészetben [5], sőt az építészet területén is [3, 2005], utóbbira szintén példa a mára már közismert pekingi Olimpiai Stadion külső kialakítása.

Síkok és poliéder-felületek fonattal történő lefedése legegyszerűbben a merőleges kétrétegű, kétirányú fonással [2, 1988] lehetséges. Jelen munka célja zárt, szimmetrikus poliéderfelületek fonási mintázatainak vizsgálata, ahol alapvetően szabályos testek, de elsősorban a kocka felületére illeszkedő mintázatokkal foglalkozunk (szabályos háromszöglapokkal határolt testek esetében ugyanis a szimmetria megőrzéséhez háromrétegű, háromirányú fonásra van szükség, a dodekaéder esetében pedig a zárt fonás az eredeti szimmetria mellett nem is biztosítható).

Belátható, hogy pl. kocka felületén kétrétegű zárt fonás nemcsak az oldalélekkel párhuzamosan futó szálak esetében hozható létre, hanem akkor is, ha a szálak (szalagok) iránytangense egész számok hányadosaként (c/b) írható fel (természetesen a szalagok kockaélhez viszonyított szükséges szélessége függ b és c értékétől: a háromszöghálózatok esetében *triangulációs számnak* [1, 1962] nevezett mennyiség analógonjának tekinthető $b^2 + c^2$ értéktől). Csoportelméleti eszközökkel igazolható, hogy minden egész $\{b, c\}$ számpár esetén a szalagok egybevágók, önmagukba záródók, és egész számú példányaik segítségével létrehozható a kétszeres fedés. Mivel a szalagok a kocka felületén geodetikus vonalat alkotnak, ezért a zárt szalagok egyenként egy-egy saját feszültségrendszernek feleltethetők meg. Ezek száma a (célszerűen a relatív prímeekre korlátozott) $\{b, c\}$ számoktól függően lehet 3, 4 vagy 6, amely érték alapvetően a zárt szalag szimmetriaviszonyaitól függ [4, 2006]. Érdekesség, hogy a szalagok multiplicitását b és c függvényében táblázatos formában ábrázolva a négyszeres előfordulás páratlan b és c értékekhez kötött, a háromszoros és hatszoros előfordulás mintázata pedig bonyolult, bár mutat bizonyos periodikus szimmetriát.

A jelenség vizsgálatát megkönnyíti, ha a kocka felszínét egy adott szalag mentén haladva kiterítjük a síkba (1. ábra), és a kocka gördülése által meghatározott szimmetria-műveletek (b és c 90°-os elforgatások) eredőjét vizsgáljuk (természetesen egy ilyen kiterített háló ugyanannak a kockalapnak a képét többször is tartalmazhatja).



1. ábra

Célunk, hogy a szalagok szimmetriájának csoportelméleti eszközökkel történő vizsgálata által igazoljuk b , c és a szalagszámok közötti összefüggést, valamint magyarázatot találjunk a szalagszámok mintázatában tapasztalt szimmetrikus-periodikus viselkedésre.

Köszönetnyilvánítás: a szerzők köszönik az OTKA K 81146 számú pályázat keretében nyújtott támogatását.

HIVATKOZÁSOK

- [1] CASPAR, D.L.D., KLUG, A.: *Physical principles in the construction of regular viruses*, Cold Spring Harbor Symp. Quant. Biol., **27**, (1962), 1-24.
- [2] GRÜNBAUM, B., SHEPHARD, G.C.: *Isonemal fabrics*, American Mathematical Monthly, **95**(1), (1988), 5–30.
- [3] MINISTRY OF LAND, INFRASTRUCTURE AND TRANSPORT AND NIHON SEKKEI INC.: *Innovative contrivance for enlarging a bamboo cage into a huge scale* (japánul), **165**, (2005), 38–39 (részlet).
- [4] TARNAI, T.: *Baskets*, Proceedings of the IASS-APCS 2006 International Symposium: New Olympics New Shell and Spatial Structures. Peking, (2006), (cikkazonosító: IL09, url: <http://www.felicitywood.co.uk>).
- [5] WOOD, F.: <http://www.felicitywood.co.uk>.